



**زیربرنامه:**

Prandtl\_Escudier

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 22/02/1394 | |
| **شناسه سند** | **MC2F020F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90/95** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه مقدار لزجت توربولانسی با استفاده از مدل جبری پرنتل که توسط Escudier بهینه شده است، تعیین می گردد.

1. توضیحات و تئوری­ها

مدل‌هاي صفر معادله‌اي (جبري) به مدل هايی اطلاق مي‌شود كه جمله‌هاي نوساني اغتشاش با رابطه‌هاي جبري برحسب كميت‌هاي متوسط جريان مشخص مي‌شوند. فرض نهفته در مدل هاي جبري اين است كه نرخ توليد و استهلاک اغتشاش در يك جريان مغشوش يكسان است. اساساً اين فرض با واقعيت مغايرت دارد زيرا تاريخچه قبلي جريان در نظر گرفته نمي‌شود. با اين حال در برخي از موارد از اين مدل ها استفاده مي‌شود زيرا پياده‌كردن كد كامپيوتري آن نسبتاً ساده مي‌باشد و همچنين در مراحل اوليه طراحي جواب قابل قبولي مي‌توان از اين مدل ها گرفت.

مدل اختلاط پرانتل در سال 1925 توسط پرانتل ارائه گرديد كه لزجت توربولانسي را به طور مستقيم به سرعت متوسط ميدان وابسته مي‌سازد. اين مدل براي جريانهاي با لايه برشي نازك كه در آن گراديان هاي مهم سرعت  مي‌باشد، بوجود آمد. پرانتل فرض كرد كه مقياس سرعت جريان مغشوش با  و [[1]](#footnote-1) برابر است. يعني

این زیربرنامه مواقعی که حرکت مرزهای شبکه محاسباتی(Deformation Mesh) صرفا دورانی باشد، جهت یافتن مختصات جدید هر نقطه از مرزی که تحت دوران قرار گرفته است، کاربرد دارد. به طوریکه با توجه به مقدار دوران مرزها نسبت به مرکز دوران و به کمک ماتریس دوران، مختصات جدید هر نقطه از شبکه و مقدار جابه‌جایی آن را محاسبه می‌کند.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

اين مقياس طول بطور تجربي محاسبه مي‌گردد كه نقش مهمي در دقت نتايج اين مدل دارد. اين مدل داراي ویژگی های زير مي‌باشد :

1- لايه‌هاي برشي ساده يا جريانهايي كه بوسيله اختلاف فشار بوجود مي‌آيند را مي‌توان با اين روش مدل كرد.

2- سادگي و محاسبات بسيار كم اين روش قابل ذكر مي‌باشد.

3- اين مدل براي جريانهاي پيچيده مناسب نيست زيرا تخمين  بسيار مشكل مي‌باشد.

4- با اين مدل نمي‌توان بخش جابجايي توربولانس را توجيه كرد.

ساده‌ترين مدل توربولانس از اين ايده بوجود آمده كه  در كل ميدان جريان يكسان است. حال بدست آوردن اين مشكل اصلي مي‌باشد. اين نوع مدل‌كردن نمي‌تواند پيش‌بيني دقيقي از ساختارهاي با مقياس كوچك داشته باشد. يكي از روشهاي تخمين اين است كه فرض كنيم  در تمام جريان يكسان است. اما در حقيقت مي‌دانيم كه توربولانس به خاطر اين كه اندازه گردابه‌ها در يك جريان متفاوت است جابجا مي‌شود. به اين دليل نمي‌توان انتظار داشت كه روشهايي كه  را در تمام جريان يكسان درنظرمي‌گيرند شبيه‌سازي دقيقي از ساختارهاي موجود در جريان داشته باشند. جهت طراحي اوليه و يك حدس اوليه بسياري از نرم‌افزارها هنوز از اين نوع مدلها استفاده مي‌كنند زيرا مدلهاي دقيق‌تر توربولانس هزينه محاسباتي زيادي دارند، همچنین ميدانهاي پيچيده امكان واگرا شدن حلشان بسيار زياد است. بنابراين براي بدست‌آوردن نتايج دقيق‌تر مدل هاي يك يا چند معادله‌اي جهت محاسبه  بوجود آمد.

* 1. مدل صفر معادله ای پرنتل

پرنتل لزجت توربولانسی را به صورت زیر مدل کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

این رابطه لزجت توربولانسی را به عنوان یک مقدار غیر برداری در نظر گرفته و بطور کیفی رفتار خوبی از لزجت توربولانسی، مخصوصا در نزدیکی دیوار ارائه می دهد. در لایه بیرونی بسته به جهت تانسور کرنش[[2]](#footnote-2) لزجت توربولانسی باید به عنوان یک تانسور باشد تا تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد. بنابراین مدل پرنتل باید اصلاح گردد. یکی از این اصلاحات، مربوط به نحوه محاسبه  می باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

در روابط بالا ثابت ون-کارمن می باشد که برابر 0.42 در نظر گرفته می شود. y فاصله از دیوار و مقدار درون پرانتز تابع استهلاکی van-driest می باشد که برای ربط دادن ناحیه توربولانس کامل که در آن  و لایه لزج که در آن  می باشد، تعریف شده است. در بیشتر موارد برابر 26 در نظر گرفته می شود. مقدار  نیز از رابطه زیر بدست می آید.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

پارامترc یک ثابت می باشد که مقدار آن نزدیک به 0.089 است.  ضخامت لایه مرزی سرعت می باشد که برای جریان مغشوش از رابطه زیر بدست می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در رابطه بالا *x* فاصله تا یک نقطه مرجع می باشد برای مثال در جریان بر روی یک صفحه تخت نقطه مرجع نقطه ابتدایی صفحه تخت می باشد.

* 1. پیاده سازی مدل جبری پرنتل

گام های زیر جهت پیاده سازی این مدل توربولانسی در ادامه آورده می شود.

1. محاسبه  با استفاده از رابطه ‏(6) که رابطه بی بعد شده آن به شکل زیر است:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. محاسبه  با استفاده از رابطه ‏(3)
2. محاسبه ضخامت لایه مرزی سرعت با استفاده از رابطه ‏(7) و سپس محاسبه  با استفاده از رابطه **‏(4)**. توجه شود که شکل بی بعد شده رابطه ‏(7) باید استفاده شود که بصورت زیر می باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. محاسبه با استفاده از رابطه ‏(5) و سپس تعیین لزجت توربولانسی با استفاده از رابطه بی بعد شده زیر:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

جهت اعمال شرایط مرزی این مدل توربولانسی، بر روی مرز جامد نیز  قرار داده می شود.

همانگونه که مشاهده می شود، در مدل توربولانسی پرنتل لازم است مقدار مشتق مرتبه اول در هر کدام از سلول ها محاسبه گردد که برای اینکار از قضیه گرین استفاده می گردد. بنابراین خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. بخش‌های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. مقداردهی اولیه به مقدار مشتق در هر کدام از سلول ها

مقدار مشتق مربوط به هر کدام از سلول ها برابر صفر قرار داده می شود.

1. محاسبات مربوط به اضلاع مرزی

جهت محاسبه مشتق مرتبه اول و برای انجام محاسبات مربوط به اضلاعی از سلول ها که بر روی مرزها قرار دارند باید از مقادیر بدست آمده از شرایط مرزی استفاده گردد. بنابراین در یک حلقه تکرار بر روی اضلاع مرزی محاسبات اشاره شده انجام می گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

سلول اصلی مجاور ضلع مورد آن در یک پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه سرعت در جهت x

مقدار مولفه x سرعت در میانه ضلع با استفاده از مقادیر بدست آمده از شرایط مرزی محاسبه شده و در یک پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه بخشی از رابطه ‏(2)

با توجه به رابطه ‏(2) که بر اساس قضیه گرین مقدار مشتق در یک حجم کنترل را محاسبه می کند، بخشی از این رابطه که مربوط به اضلاع مرزی می باشد برای هر کدام از سلول هایی که در مجاورت اضلاع مرزی قرار دارند، محاسبه شده و به سلول های مربوطه اضافه می شود.

1. محاسبات مربوط به اضلاع غیر مرزی

در یک حلقه تکرار تمام اضلاع غیرمرزی بررسی می شوند.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

سلول اصلی و همسایه ضلع مورد بررسی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه بخشی از رابطه ‏(2)

در این بخش ابتدا مقدار مولفه سرعت در جهت x با استفاده از مقادیر بقایی سلول های مجاور ضلع مورد بررسی، محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره سپس حاصلظرب آن و بردارهای با بعد عمود در راستای y محاسبه و در مقادیر مربوط به مشتق سلول اصلی و همسایه ذخیره می گردد.

1. محاسبه مشتق در تمام سلول ها

مقدار مشتق در تمام سلول ها با استفاده از رابطه ‏(2) محاسبه می گردد.

1. مقداردهی به برخی از پارامترها

در اینجا پارامترهای مربوط به نقطه مرجع و مقدار A+ و همچنین پارامتر مربوط به بی بعد سازی در اینجا مقدار دهی می شود.

1. محاسبه لزجت توربولانسی تمام سلول ها

در یک حلقه تکرار لزجت توربولانسی تمام سلول های شبکه با استفاده از رابطه ‏(9) محاسبه می گردد.

1. ذخیره فاصله تا دیوار و شماره نزدیکترین ضلع موجود بر دیوار

فاصله نزدیکترین دیوار تا سلول مورد بررسی و همچنین شماره نزدیکترین ضلع موجود بر روی دیوار در پارامترهای محلی ذخیره می شود تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. ذخیره شماره سلول مجاور نزدیکترین ضلع دیوار

از آنجا که در مراحل بعدی باید از مقادیر موجود بر روی نزدیکترین ضلع دیوار استفاده شود، شماره سلول مجاور نزدیکترین ضلع دیوار در یک پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه تنش برشی نزدیکترین ضلع دیوار

مقدار تنش برشی بر روی ضلع دیوار محاسبه می شود.

1. محاسبه فاصله تا نقطه مرجع

جهت محاسبه ضخامت لایه مرزی باید فاصله تا نقطه مرجع محاسبه گردد.

1. محاسبه عدد رینولدز محلی

عدد رینولدز محلی با استفاده از فاصله تا نقطه مرجع محاسبه می گردد.

1. محاسبه ضخامت لایه مرزی

ضخامت لایه مرزی با استفاده از رابطه ‏(7) محاسبه می شود.

1. محاسبه طول مشخصه لایه داخلی

طول مشخصه در لایه داخلی با استفاده از رابطه ‏(4) محاسبه گردد.

1. محاسبه Y+

عدد بی بعد Y+ با استفاده از رابطه ‏(8) محاسبه می گردد.

1. محاسبه طول مشخصه لایه بیرونی

طول مشخصه در لایه بیرونی با استفاده از رابطه ‏(3) محاسبه گردد.

1. محاسبه طول مشخصه

طول مشخصه کلی با استفاده از مقادیر طول مشخصه در لایه بیرونی و درونی محاسبه گردد.

1. محاسبه لزجت توربولانسی

مقدار لزجت توربولانسی با استفاده از رابطه ‏(9) محاسبه می گردد.

1. اصلاح مقدار لزجت توربولانسی

از آنجا که مقدار لزجت توربولانسی نمی تواند کمتر از شدت توربولانسی جریان آزاد باشد، بنابراین در این مرحله در صورتیکه مقدار لزجت محاسبه کمتر از لزجت توربولانسی جریان آزاد باشد، مقدار لزجت توربولانسی جریان آزاد جایگزین لزجت توربولانسی محاسبه می گردد.

1. مقياس طول كه Mixing Length ناميده مي‌شود [↑](#footnote-ref-1)
2. Strain Tensor [↑](#footnote-ref-2)